

CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés

Session 2026

Épreuve de : **Mathématiques I**

Filière : **MP**

Date : **14-05-2026** Durée **4 Heures** de **08H00 à 12H00**

EXTRAIT

3^{ème} Partie - Transformée de Laplace de F

Soit $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue par morceaux et intégrable sur tout intervalle $]0, a]$ avec $a > 0$. On définit sa transformée de Laplace L_f , lorsque l'intégrale converge, par

$$L_f(x) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-xt} dt.$$

4.1. On considère la fonction G définie sur $]0, +\infty[$ par $G(t) = \frac{e^{2t}}{2\sqrt{\pi t}}$.

4.1.1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Justifier que $L_G(x)$ existe si et seulement si $x > 2$.

4.1.2. [REDACTED]

4.2. [REDACTED]

4.2.1. [REDACTED]

4.2.2. Pour $x > 0$ et $n \in \mathbb{N}$, justifier l'existence de $\int_0^{+\infty} t^n e^{-xt} dt$.

4.2.3. Montrer que, pour tout réel $x > 0$, on a :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \int_0^{+\infty} t^n e^{-xt} dt = \frac{n!}{x^{n+1}}.$$

4.2.4. Montrer que, pour tout réel $x > 2$, la série $\sum_{n \geq 0} \int_0^{+\infty} \frac{t^{2n}}{(n!)^2} e^{-xt} dt$ converge.