

CNC Marocain 2019 MP
Math 2 (Extrait)
« adapté à la première année »
MPSI + PCSI

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}).$$

ν l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 canoniquement associé à A .

Notons $\chi_A(x) = \det(xI_3 - A)$.

1°) Calculer le polynôme $\chi_A(x)$ et en déduire qu'il possède une seule racine λ à préciser.

2°) Déterminer $\ker(\nu - \lambda \text{id}_{\mathbb{R}^3})$.

Notons $u = \nu - 2 \text{id}_{\mathbb{R}^3}$ et $e_1 = (1, 0, 0)$

3°) Montrer que $u^3 = 0$

4°) Déterminer le noyau de l'endomorphisme u^2 puis vérifier que $e_1 \notin \ker(u^2)$.

5°) i) Montrer que la famille $B = (u^2(e_1), u(e_2), e_2)$ est une base de \mathbb{R}^3 .

ii) Écrire la matrice T de ν dans la base B .

iii) Exprimer A en fonction de T .