

Q1) Montrer que $x \mapsto \frac{1}{x-3}$ est DSE

et préciser son DSE.

Sol :

Q1) M. que $x \mapsto \frac{1}{x-3}$ en DSE

et préciser son DSE.

Sol :

Clé : $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} x^n, \forall |x| < 1$

DSE
USUEL

$$\frac{1}{x-3}$$

$$= \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{x}{3}\right)}$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

$$\left(\forall \left| \frac{x}{3} \right| < 1 \right)$$

C/C : $\forall x \in]-3, 3[$, $\frac{1}{x-3} = \sum_{n=0}^{+\infty} \underbrace{\left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^n}\right)}_{a_n} \cdot x^n$

End

Q2) Montrer que la fonction $x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2}$

est DSE et préciser son DSE

Sol.

Q2) Montrer que la fonction $x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2}$

est DSE et préciser son DSE

Sol.:

Q2) Montrer que la fonction $x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2}$

est DSE et préciser son DSE

Sol.:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} &= \frac{1}{-2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{x}{2}} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n \quad \left(\forall \left|\frac{x}{2}\right| < 1\right) \end{aligned}$$

$$\forall x \in]-2, 2[\quad \left[\frac{1}{x-2} \right]' = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{-1}{2^{n+1}}\right) \cdot x^n$$

Par dérivation;

$$\forall x \in]-2, 2[\quad \left[\frac{1}{x-2} \right]' = \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{-1}{2^{n+1}}\right) x^{n-1}$$

$$f(x) = \frac{-1}{(x-2)^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} (n+1) \frac{-1}{2^{n+2}} x^n$$

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{2^{n+2}} x^n$$

Exercice 5:

Soient $a \in \mathbb{C}^*$ et $p \in \mathbb{N}$. Former le développement en série entière de

$$x \mapsto \frac{1}{(x - a)^{p+1}}$$

$x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ n'est pas définie en 0.

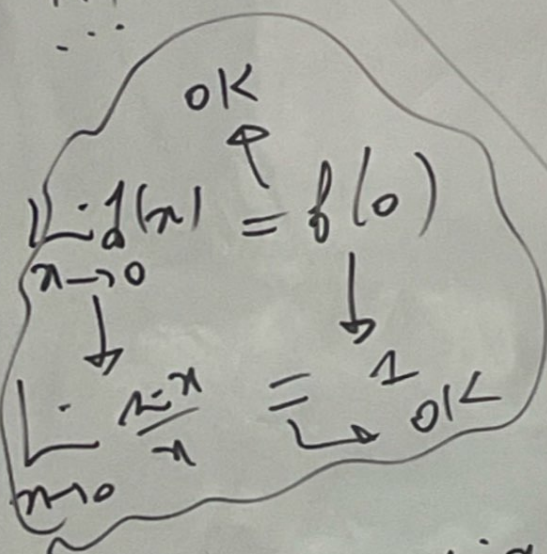
$x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ se prolonge en une fonction

continue en 0; quière;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & (\text{si } x \neq 0) \\ 1 & (\text{si } x = 0) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

C'est le SUP



$x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ en PPC en 0 ...

prolongable par continuité

Exercice 12:

- a) Montrer que la fonction $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ se prolonge en une fonction de classe C^∞ sur \mathbb{R} .

Power Series