Rappel (de Sup)

$$\boxed{\text{La série } \sum_{n\geq 0} U_n \text{ converge}}$$

$$\Updownarrow \text{ par déf}$$

$$\boxed{\text{La suite } (S_n)_{n\geq 0} \text{ converge}}$$

Où :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k \quad (\text{somme partielle})$$

$$\left(\sum_{n \geq 0} \underbrace{f_n(x)}_{\text{des fonctions}} \quad \underline{\underline{CS}} \text{ sur } I\right)$$

$\Updownarrow$ par déf

La suite de fcts $\left(S_n(x)\right)_n$ $\underline{\underline{CS}}$ sur I

où

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k$$

5

Scanned with CamScanner

$$\boxed{\left(\sum_{n\geq 0} U_n \text{ CV}\right) \iff \left(\text{La suite } \left(\sum_{k=0}^{n} U_k\right)_n \text{ CV}\right)}$$

En cas de convergence, on a :

$$\boxed{\underbrace{\sum_{n=0}^{+\infty} U_n}_{\text{somme de la série}} \overset{\text{par déf}}{=\!=} \lim_{n\to+\infty} \underbrace{\left(\sum_{k=0}^{n} U_k\right)}_{S_n \,\to\, \text{somme partielle}}}$$

$$\left(\sum_{n \geq 0} \underbrace{f_n(x)}_{\text{des fonctions}} \quad \text{CS sur } I\right)$$

$\Updownarrow$ par déf

La suite de fcts $(S_n(x))_n$ CS sur I $\iff$ $\left(\forall x \in I, \text{ la suite } \underbrace{(S_n(x))_n}_{} \text{ CV}\right)$

où $\left(S_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f_k(x)\right)$

$\iff \left(\forall x \in I, \text{ la série } \sum_{n \geq 0} f_n(x) \quad \text{CV}\right)$

$\alpha \in \mathbb{R}$

$\sum \frac{1}{n^\alpha}$ CV $\Leftrightarrow \alpha > 1$ $\qquad \sum \frac{1}{n^2}$ CV

U_n et $V_n > 0$

Supp : $U_n = O(V_n)$ $\leq$

On a :

1) $\sum_n V_n$ CV $\Rightarrow \sum_n U_n$ CV

2) $\sum_n U_n$ DIV $\Rightarrow \sum_n V_n$ DIV

$x > 0$

$n^2 \cdot (n e^{-x\sqrt{n}}) \xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$

$\Rightarrow n e^{-x\sqrt{n}} = O\left(\frac{1}{n^2}\right)$

or $\sum \frac{1}{n^2}$ CV alors $\sum n e^{\dots}$

1) $\sum_n U_n$ ACV $\Longleftrightarrow \sum_n |U_n|$ CV

par déf

2) $\sum_n U_n$ ACV $\Longrightarrow \sum_n U_n$ CV

Scanned with CamScanner

Rappel – Séries numériques (du Sup)

Supp que $\sum_{n\geq 0} u_n$ CV. $\quad\|\quad S_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} S = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n$

<u>Notation</u> : $\forall n \in \mathbb{N}$.

$$R_n = \sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k$$

s'appelle le <u>reste</u> d'ordre n.

$\rightarrow \forall n,\ \underbrace{\sum_{n=0}^{+\infty} u_n} = \underbrace{\sum_{k=0}^{n} u_k} + \underbrace{\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k}$

⚠ $$S = S_n + R_n$$

$\rightarrow R_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$