$\boxed{\text{Partie entière}}$

$\forall \alpha \in \mathbb{R}$:

$$\lfloor \alpha \rfloor \leqslant \alpha < \lfloor \alpha \rfloor + 1$$

$$\lfloor \alpha \rfloor \leqslant \alpha \leqslant \lfloor \alpha \rfloor + 1$$

$$\alpha - 1 \leqslant \lfloor \alpha \rfloor \leqslant \alpha$$

Autres notations

$$\lfloor \alpha \rfloor \ ; E(\alpha) \ ; \ [\alpha]$$

$\lfloor \alpha \rfloor \to$ la plus utilisée

Q : $\lim\limits_{x \to -\infty} \lfloor x \rfloor = ?$

$$\sum \frac{x^n}{\sqrt{n}} = \sum n^{-\frac{1}{2}} \cdot x^n$$

$\hat{M}$ RCV

$$\sum x^n \longrightarrow R = 1$$

Démo

$$|Z| < \min(R_a, R_b) \iff (|Z| < R_a \text{ et } |Z| < R_b)$$

alors $\forall\ |Z| < \min(R_a, R_b)$, $\sum a_n Z^n$ et $\sum b_n Z^n$ CV

$\Rightarrow \forall\ |Z| < \min(R_a, R_b)$, $\sum (a_n + b_n) Z^n$ converge

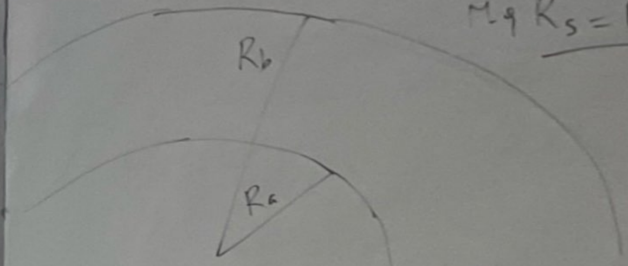
comme somme de 2 S E convergentes.

Prop 3

si $R_a \neq R_b$ alors $R_S = \min(R_a, R_b)$

Supp $R_a < R_b$

M.q $R_S = R_a$?



$|Z| < R_a$, $\sum (a_n + b_n) z^n$ CV $\left(CV + CV \Rightarrow CV \right)$

$\forall R_a < |Z| < R_b$, $\sum (\underbrace{a_n}_{\text{Div}} + \overset{CV}{b_n}) Z^n$ Div $\left(CV + Div \Rightarrow Div \right)$

$\cancel{R_b < |Z|} \rightsquigarrow (\text{Div} + \text{Div}) \rightsquigarrow ⚠$

⚠ Rappel

Le prod de Cauchy des séries $\sum_{n\geq 0} u_n$ et $\sum_{n\geq 0} v_n$ est

la série $\sum_{n\geq 0} w_n$, où $\boxed{w_n = \sum_{k=0}^{n} u_k v_{n-k}}$

Exo ⚠

Soit $z \in \mathbb{C}$.

Le prod de Cauchy des séries $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$

et $\sum_{n\geq 0} b_n z^n$ est $\sum_{n\geq 0} w_n$.

$\boxed{w_n = ?}$

Rép :

$$W_n = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k \, b_{n-k} z^{n-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k} z^n$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}\right) z^n = C_n z^n ; \text{ où } C_n = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$$

End

C/C : Le prod de Cauchy des séries complexes $\sum_{n\geq 0} a_n z^n$ et $\sum_{n\geq 0} b_n z^n$ est la série $\sum_{n\geq 0} C_n z^n$

où : $C_n = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$

Prop3 : $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ 2 SE de RCV respectifs R_a et R_b. Soit $\sum_n c_n z^n$ la série entière produit et R_p son RCV

1) $\forall |z| < \min(R_a, R_b)$, $\sum_{n\geq 0} c_n z^n$ ACV

et on a $$\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n\right)\left(\sum_{n=0}^{+\infty} b_n z^n\right)$$

⚠ Rappel

1) Si $\sum_{n\geq 0} u_n$ et $\sum_{n\geq 0} v_n$ sont ACV

Alors leur série produit de Cauchy $\sum_{n\geq 0} w_n$ est ACV.

2) Et on a :

$$\left(\sum_{n=0}^{+\infty} u_n\right) \times \left(\sum_{n=0}^{+\infty} v_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} w_n$$

où $w_n = \sum_{k=0}^{n} u_k v_{n-k}$