R rayon de conv de $\sum_{n\geq 0} a_n t^n$.

On a :

$$\forall x \in]-R,R[, \quad \underbrace{\int_0^x \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n t^n\right) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_0^x a_n t^n \, dt\right)}$$

C'est le cours

$$\forall t \in]-1,1[, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} t^n = \frac{1}{1-t} \qquad (R=1)$$

$$\Downarrow \quad \underline{\text{Cours}}$$

$$\forall x \in]-1,1[, \quad \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{+\infty} t^n\right) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_0^x t^n \, dt\right)$$

$$\Downarrow$$

$$- - - - - , \quad \int_0^x \frac{1}{1-t} \, dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\boxed{\forall x \in]-1,1[, \quad -\ln(1-x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}}$$

$\forall t \in]-1,1[\ ,\ \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n t^n = \frac{1}{1+t}\ (R=1)$

$\Downarrow$ Cours

$\forall x \in]-1,1[\ ,\ \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n t^n \right) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_0^x (-1)^n t^n \, dt \right)$

$\int_0^x \frac{1}{1+t} dt = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\boxed{\forall x \in]-1,1[\ ,\ \ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}}$

$(-1)^{n+1} = (-1)^{n-1}$

NB

On a :

$$\forall t \in]-1,1[\,,\ \sum_{n=0}^{+\infty} t^{2n} = \frac{1}{1-t^2} \quad (R=1)$$

$$\Downarrow$$

$$\forall x \in]-1,1[\,,\ \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{+\infty} t^{2n}\right) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_0^x t^{2n}\, dt\right)$$

$$\int_0^x \frac{1}{1-t^2}\, dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\boxed{\forall x \in]-1,1[\,,\ \operatorname{argth}(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}}$$

<u>Rappel</u> :

$$\boxed{\int \frac{1}{1-t^2}\, dt = \operatorname{argth}(x) + C}$$

S! ⚠

$$\forall t \in]-1,1[, \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n t^{2n} = \frac{1}{1+t^2} \qquad (R=1)$$

$\Downarrow$ Cours

$$\forall x \in]-1,1[, \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n t^{2n}\right) dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\int_0^x (-1)^n t^{2n} dt\right)$$

$$\text{- - - -} \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\boxed{\forall x \in]-1,1[, \arctan(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}}$$

primitive NON PAS intégrale

Rappel :

$$\boxed{\int \frac{1}{1+t^2} dt = \arctan(t) + C}$$

On a : $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$

$$Ch(x) = \sum_{n=?}^{+\infty} ?$$

$$Sh(x) = \sum_{n=}^{+\infty} ?$$

$0 \leq k \leq n$

$$(x^n)^{(k)} = n(n-1)\cdots(n-k+1)\,x^{n-k}$$

$$(x^n)^{(k)} = \frac{n!}{(n-k)!}\,x^{n-k}$$

advice :

→ Il faut savoir le retrouver

(s'oublie avec le temps)

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$(x^n)^{(2)} = n(n-1)\, x^{n-2}$$

On conjecture

$$(x^n)^{(k)} = n(n-1)\cdots(n-k+1)\, x^{n-k}$$

$0 \leq k \leq n$

$$(x^n)^{(k)} = n(n-1)\cdots(n-k+1)\, x^{n-k}$$

$$(x^n)^{(k)} = \frac{n!}{(n-k)!}\, x^{n-k}$$

advice :

Il faut savoir le retrouver

(s'oublie avec le temps)

Scanned with CamScanner

$$(x^n)^{(n)} = ?$$

Rép

$$(x^n)^{(n)} = n!$$