$$\sum_{k=0}^{n} U_k \checkmark$$

$$\sum_{i \in I} U_i \text{ ; où } I \text{ ensemble } \boxed{\text{fini}}$$

Par exemple : $\sum_{w \in \mathbb{U}_n} w = 0$ → fini

$$\sum_{\dots \leq i,j \leq \dots} U_{ij}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} U_n$$

(via $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k$; I_n
Sommes partielles)

(Fᵗ sommables)

$$\sum_{k=0}^{n} U_k \quad \checkmark$$

On verra :

$$\sum_{i \in I} U_i \ ; \text{ où } I \text{ ensemble } \boxed{\text{fini}}$$

$$\sum_{i \in I} U_i \ ; \text{ où } I \text{ dénombrable}$$

Par exemple : $\sum_{w \in \mathbb{U}_n} w = 0$

$\mathbb{U}_n \to$ fini

Par exemple : On étudiera :

$$\sum U_{ij} \qquad \ldots \leq i,j \leq \ldots$$

$$\sum_{m \in \mathbb{Z}} U_m \ ; \quad \sum_{(i,j) \in \mathbb{N}^2} U_{ij}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} U_n$$

(via $S_n = \sum_{k=0}^{n} U_k$; $\forall n$

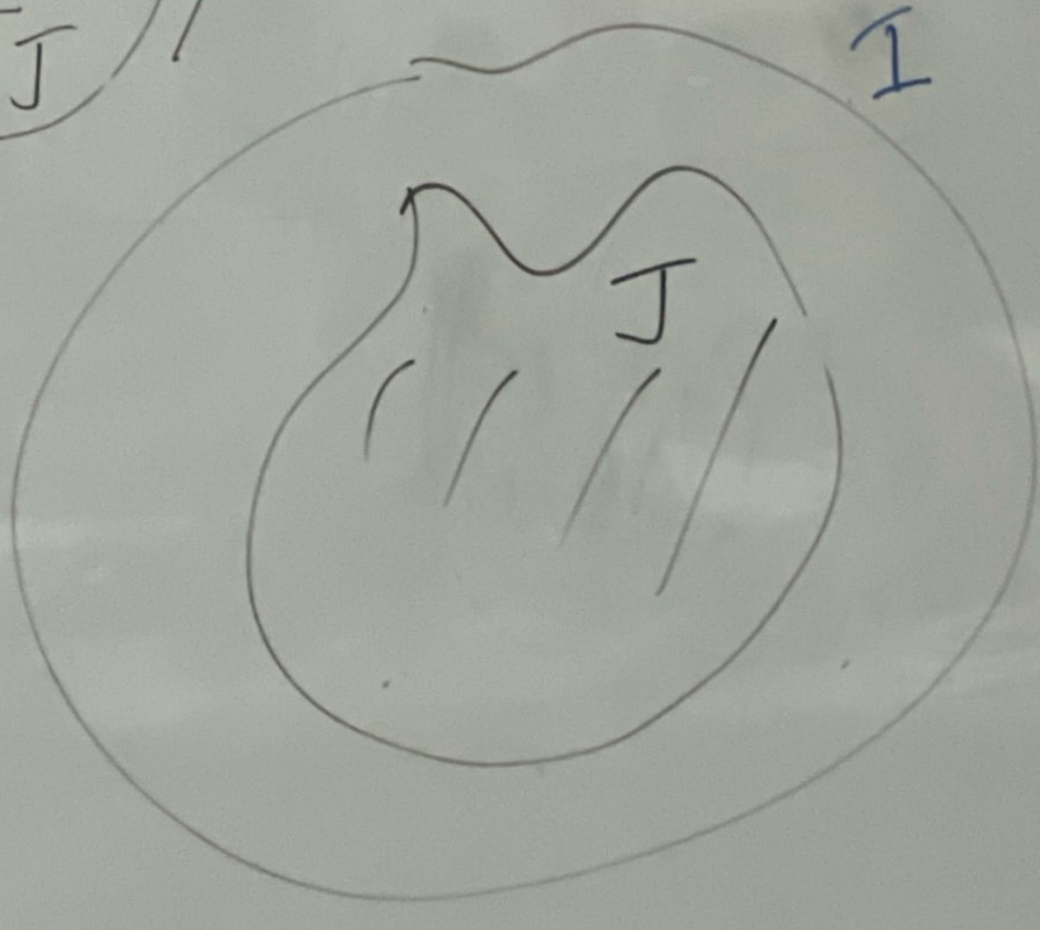
Sommes partielles)

$\boxed{\text{Supp } \forall i \in \mathbb{R} ,\ U_i \geq 0}$

$$\left(\sum_{i \in I} U_i\right) = \mathrm{Sup}\left(\left\{ \sum_{i \in J} U_i \;/\; \begin{matrix} J \subset I \\ J \text{ finie} \end{matrix} \right\}\right)$$

$$\begin{cases} J \subset I \\ J \text{ finie} \end{cases}$$

$$\left\{ \left(\sum_{i \in J} U_i\right)^{+} \;/\; J \subset I \,;\, J \text{ finie} \right\}$$



Hyp :
$\forall i \in I, U_i \geq 0$

1) $(U_i)_{i \in I}$ est sommable $\overset{\text{déf}}{\Longleftrightarrow}$ $\left\{ \sum_{i \in J} U_i \,/\, J \subset I \text{ et } J \text{ finie} \right\}$ est une partie majorée de $\mathbb{R}$

2) Dans ce cas :

$$\sum_{i \in I} U_i \overset{\text{par déf}}{=} \sup\left(\left\{ \sum_{i \in J} U_i \,/\, \begin{matrix} J \subset I \\ J \text{ finie} \end{matrix} \right\} \right)$$

Scanned with CamScanner

Convention

Si $(a_i)_{i\in I}$ est une famille positive non sommable, on convient d'écrire :

$$\boxed{\sum_{i\in I} a_i = +\infty}$$

$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n}$ série positive divergente

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} = +\infty$$

Convention

Effacez "info"

Prop 4 (Lien avec les séries)

I est supposé dénombrable.

Soit $\sigma : \mathbb{N} \longrightarrow I$ une bijection.

Une Méditation :

$\sigma : \mathbb{N} \longrightarrow I$ $\boxed{\text{bijective}}$

$$\boxed{I = \{\sigma(n) \,/\, n \in \mathbb{N}\}}$$

$$\{a_i \,/\, i \in I\} = \{a_{\sigma(n)} \,/\, n \in \mathbb{N}\}$$

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{n=0}^{+\infty} a_{\sigma(n)}$$