

Induction :

$$\frac{n}{n!} = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$\frac{n(n-1)}{n!} = \frac{1}{(n-2)!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{n!} = \frac{1}{(n-3)!}$$

Induction : $(1, x, x(x-1), x(x-1)(x-2), \dots)$
base de $\mathbb{R}[x]$.

$\forall P \in \mathbb{R}[x], P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x(x-1) + \dots$
easy to find

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)(n-2)}{n!} x^n = ?$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)(n-2)}{n!} x^n = ?$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)$$

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x(x-1) \quad \begin{pmatrix} a_0 = ? \\ a_1 = ? \\ a_2 = ? \end{pmatrix}$$

$$a_0 = -2 \quad ; \quad a_2 = 1 \quad ; \quad \text{On trouve } a_1 = 0$$

↓
Coef Constant

↓
Coef dominant

Mini : $(n+1)(n-2) = -2 + n(n-1)$

Plus :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)(n-2)}{n!} x^n = 000$$

(voir Se le
Sel-détaillée)

Let $x \in (-1, 1)$, $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} x^{2n+1} = ?$

$$\sum n a_n x^n ?$$

▷ laisse penser à dérivées

(Cours)

$$\mathcal{L}[\cdot] \text{-R}[\cdot] \left(\sum_{n=-\dots}^{+\infty} a_n x^n \right)' = \sum_{n=-\dots}^{+\infty} n a_n x^{n-1}$$

$$\begin{aligned} (a_n x^n)' &\rightarrow n a_n x^{n-1} \\ \int_0^x a_n t^n dt &\rightarrow \frac{a_n x^{n+1}}{n+1} \end{aligned}$$

Les
Grandes
idées

Find $x \in (-1, 1)$ such that $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} n x^{2n+1} = ?$



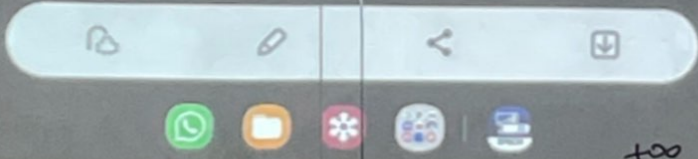
||| 0

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right)'$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \left(\frac{1}{1-x} \right)'$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

For $x \in (-1, 1)$, $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} x^{2n+1} = ?$



$(-1)^n x^n = (-x^2)^n$
 $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n x^n = \sum_{n=1}^{+\infty} (-x^2)^n$
 $\uparrow x \leftarrow (-x^2)$
 $\sum_{n=1}^{+\infty} x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$

$\sum_{n=1}^{+\infty} n(-1)^n x^n = \frac{-x}{(1+x^2)^2}$

$\sum_{n=1}^{+\infty} n(-1)^{n+1} x^{2n+1} = \frac{x}{(1+x^2)^2}$

Fin

$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right)'$

$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \left(\frac{1}{1-x} \right)'$

$\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$