

Extrait

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ une famille de nombres réels telle que la famille $(n^6 a_n^2)_{n \in \mathbb{Z}}$ soit sommable.

3.1. Une question de sommabilité

3.1.1. Montrer que la famille $(n^2 a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ est sommable et que

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} n^2 |a_n| \leq \sqrt{2} \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} n^6 a_n^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \right)^{1/2}.$$

3.1.2. En déduire que les familles $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ et $(na_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ sont sommables.

Fin