ERREURS: Suites. Nombres réels. Fonctions

Erreur N° 1

1.a) $(\ln(1+x) - x)' = \frac{1}{1+x} - 1 = \frac{-x}{1+x}$

x	-1		0		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$	
$1+x$			$+$		
$\frac{-x}{1+x}$		$+$	0	$-$	

D'après le Tableau $\ln(x+1) \leq x$

$\forall x \in]-1;+\infty[$

Erreur N° 2

On a, H_n est majorée par $\ln(n)+1$ et croissante

Donc U_n et convergente.

Erreur N° 3

1.b) On a, $f(0+1) = f(0)+f(1) = 1 \Rightarrow f(0)+1 = 1 \Rightarrow f(0)=0$

et $\varepsilon \geq 0 \Rightarrow f(\varepsilon) \geq f(0)=0 \Rightarrow f(\varepsilon) \geq 0$ Donc f croissante.

Erreur N° 4

2. $\theta(0)+\theta(0) = 2(\theta(0)+\theta(0))$

$2\theta(0) = 2(\theta(0)+\theta(0))$

$\frac{\theta(0)}{(\theta(0)+\theta(0))} = 1$ $\neq 0$?

$\frac{\theta(0)}{2\theta(0)} = 1$

$\theta(0) = 2\theta(0)$

Erreur N° 5

On a * $\lim_{n \to +\infty} \ln(n+1) = +\infty$

* $\lim_{n \to +\infty} \ln(n) + 1 = +\infty$

dOnc aprés gendarme $\lim_{n \to +\infty} H_n = +\infty$

on a $\ln(n+1) \leq H_n \leq \ln(n) + 1$

Erreur N° 6

$\ln(n+1) \leq H_n$

$H_n \geq \ln(n+1)$

$H_n - \ln(n+1) \geq 0$

$U_n \geq 0$

d'où U_n est croissante

Erreur N° 7

$U_{n+1} - U_n = H_{n+1} - \ln(n+2) - H_n + \ln(n+1) = \cancel{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}} + \frac{1}{n+1} - \ln(n+2) - \cancel{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}} + \ln(n+1)$

$= \frac{1}{n+1} + \ln(n+1) - \ln(n+2) = \underbrace{\frac{1}{n+1}}_{\geq 0} + \underbrace{\ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right)}_{\geq 0}$

Erreur N° 8

$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln(1-n)} \leq -\frac{1}{n}$

$\Leftrightarrow -\ln(1-n) \leq -\frac{1}{n}$

Erreur N° 9

a) on a $nx-1 \leq E(nx) \leq nx$

alors $\frac{nx-1}{n} \leq \frac{E(nx)}{n} \leq \frac{nx}{n}$

$\iff$ $x-\frac{1}{n} \leq \frac{E(nx)}{n} \leq x$

$\lim_{n\to+\infty} x-\frac{1}{n} \leq \lim_{n\to+\infty} \frac{E(nx)}{n} \leq \lim_{n\to+\infty} x$ ne l'écris pas

on a $\lim_{n\to+\infty} x-\frac{1}{n} = x$ car $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$

et $\lim_{n\to+\infty} x = x$

alors $\lim_{n\to+\infty} \frac{E(nx)}{n} = x$

Erreur N° 10

on pose $y \geq x$ et mq $f(y) \geq f(x)$

on a $f(y) \iff f[(y-x)+x]$

$\iff f(y-x)+f(x)$

selon ① ② $y-x \geq 0 \Rightarrow f(y-x) \geq 0$

d'où $f(y-x)+f(x) \geq f(y)$ CQFD

Erreur N° 11

$E\Big(\frac{\overset{\in \mathbb{Z}}{E(nx)}}{n}\Big) \leq \frac{E(nx)}{n} \leq x$

?! $\frac{E(nx)}{E(n)} \leq \frac{E(nx)}{n} \leq x$

Erreur N° 12

[redacted]

1 . b f croissante sur $\mathbb{R}$ càd $\forall \; x \geq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$

on pose $\underset{\varepsilon}{\overset{x}{\downarrow}} \geq \underset{0}{\overset{y}{\downarrow}}$.

$f(\varepsilon) \geq f(0)$

$f(\varepsilon) \geq 0$.

~~donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.~~

Erreur N° 13

$\rightarrow \ln(n) - \ln(n-1) = \ln\left(\frac{n}{n-1}\right)$

$= -\ln\left(\frac{n-1}{n}\right)$

Oui: $\forall x > -1, \ \ln(1+x) \leq x$?

$= -\ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) \leq -\frac{1}{n}$

$= \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) \geq \frac{1}{n}$

d'où $\ln(n) - \ln(n-1) \geq \frac{1}{n}$

Erreur N° 14

$U_{n+1} - U_n = H_{n+1} - \ln(n+2) - H_n + \ln(n+1)$

$= \sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} + \ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$

$= \frac{1}{n+1} + \ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right) \geq 0$

d'où (U_n) est croissante car $n \geq 1$

et majorée donc (U_n) est convergente.

Erreur N° 15

$$C_m = \sum_{K=2}^{m} (2K-1)$$

$$C_m = \sum_{K=2}^{m} 2K - \sum_{K=2}^{m} 1$$

$$C_m = 2\sum_{K=2}^{m} K - \sum_{K=2}^{m} 1$$

$$C_m = 2 \times \frac{m(m+1)}{2} - (m-2+1)$$

Erreur N° 16

1) a) Montrons que pour tout $x \in]-1,+\infty[$, $\ln(1+x) \leq x$:

On pose : $f(x) = \ln(1+x) - x$.

$$\Rightarrow f'(x) = (\ln(1+x) - x)'$$

$$= \frac{1}{1+x} - 1$$

$$= \frac{1-(1+x)}{1+x}$$

$$= \frac{-x}{1+x} \cancel{< 0}$$

Erreur N° 17

$$C_m = \sum_{k=2}^{m} (2k-1)$$

$$= \sum_{k=2}^{m} 2k - 1$$

$$= \sum_{k=2}^{m} 2k - \sum_{k=2}^{m} 1$$

$$= 2\sum_{k=2}^{m} k - \cancel{1}$$

Constante ?

$$= 2\,\cancel{k}\,\cancel{(m-2+1)} \cancel{- 1}$$

Erreur N° 18

1) a) $f(x) = \ln(1+x) - x$

$f'(x) = \frac{1}{1+x} - 1$

$= \frac{1-1-x}{1+x}$

$= \frac{-x}{1+x}$

> 0

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

d'où $\ln(1+x) - x \leq 0$?

$\boxed{\ln(1+x) \leq x}$

Erreur N° 19

1) a) pour $\varepsilon = 0$, $f(0) = 0 \geq 0$ (parce que $0 \in \phi$)

pour $\varepsilon \geq 0$, on suppose que $f(\varepsilon) \geq 0$

et on montre que $f(\varepsilon + 1) \geq 0$

on a $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $f(x+y) = f(x) + f(y)$

et on a $\varepsilon \in \mathbb{R}$ et $1 \in \mathbb{R}$ donc $f(\varepsilon + 1) = f(\varepsilon) + f(1)$

$= f(\varepsilon) + 1$

on a $f(\varepsilon) \geq 0 \iff f(\varepsilon) + 1 \geq 1 > 0 \geq 0$

donc $f(\varepsilon + 1) \geq 0$, d'où $(f(\varepsilon) \geq 0, \forall \varepsilon \geq 0)$

Récurrence !? Tu n'es pas dans $\mathbb{N}$

Erreur N° 20

on a $nx - 1 \leq E(nx) \leq nx$ ✓

$x - \frac{1}{n} \leq \frac{E(nx)}{n} \leq x$ ✓

donc $\lim_{n \to +\infty} x - \frac{1}{n} \leq \lim_{n \to +\infty} \frac{E(nx)}{n} \leq \lim_{n \to +\infty} x$

$x \leq \lim_{n \to +\infty} \frac{E(nx)}{n} \leq x$

$\boxed{\text{donc } \lim_{n \to +\infty} \frac{E(nx)}{n} = x}$

1) Utilise gendarmes
2) Tu ne sais pas que la limite existe

Erreur N° 21

s $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n+1) \leq n - \ln(n+1)$.

: $\ln(1+n) \leq n$.

$-\ln(1+n) \geq -n$.

$-\ln(1+n) + n \geq 0$

Alors $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n+1) \cancel{\leq 0}$.

Fin