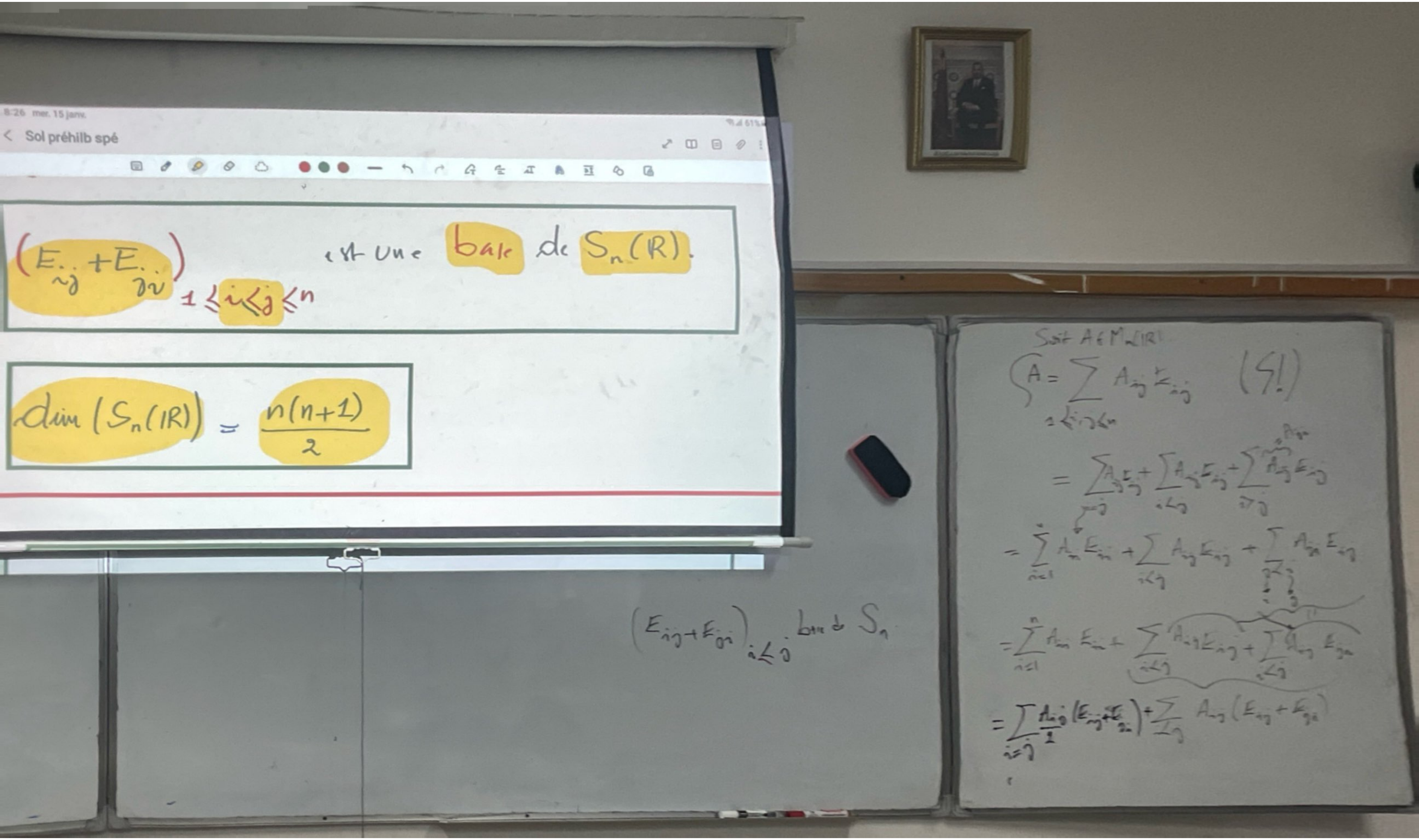
Sol préhilb spé

$$\left(E_{ij} + E_{ji}\right)_{1 \leqslant i \leqslant j \leqslant n}$$ est une base de $S_n(\mathbb{R})$.

$$\dim\left(S_n(\mathbb{R})\right) = \frac{n(n+1)}{2}$$

Scanned with CamScanner


Sol préhilb spé
$(E_{ij}+E_{ji})_{1\leq i\leq j\leq n}$ est une base de $S_n(\mathbb{R})$.
$\dim(S_n(\mathbb{R})) = \frac{n(n+1)}{2}$
$(E_{ij}+E_{ji})_{i\leq j}$ base de S_n
Soit $A\in M_n(\mathbb{R})$
$A = \sum_{1\leq i,j\leq n} A_{ij}E_{ij}$ (S!)
$= \sum_{i=j} A_{ij}E_{ij} + \sum_{i<j} A_{ij}E_{ij} + \sum_{i>j} A_{ij}E_{ij}$
$= \sum_{i=1}^{n} A_{ii}E_{ii} + \sum_{i<j} A_{ij}E_{ij} + \sum_{j<i} A_{ji}E_{ij}$
$= \sum_{i=1}^{n} A_{ii}E_{ii} + \sum_{i<j} A_{ij}E_{ij} + \sum_{i<j} A_{ij}E_{ji}$
$= \sum_{i=j} \frac{A_{ij}}{2}(E_{ij}+E_{ji}) + \sum_{i<j} A_{ij}(E_{ij}+E_{ji})$