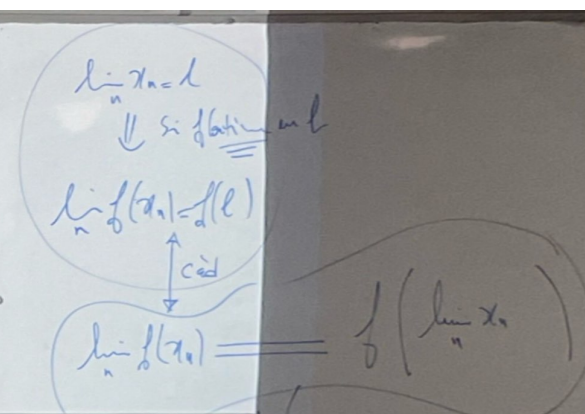


$$\text{que } (1-a) \times \sum_{n=0}^{+\infty} a^n = 1 :$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n \text{ ; où } S_n = \sum_{k=0}^n a^k$$



$f: x \mapsto (1-a)x$ est continue sur \mathbb{R} ; en effet:
 f linéaire, \mathbb{R} de dim finie
 $\Rightarrow f$ continue sur \mathbb{R}

(je vous chuchote)
 I whipper
 sans la dimension finie
 f linéaire sur \mathbb{R}^p f continue
 $\|f(x)\| = \|(1-a)x\| \leq \|1-a\| \|x\|$
 $\hookrightarrow C^1$ et C^0

$$(1-a) \cdot \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a^n \right) = (1-a) \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n \right)$$

$$= f \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n \right)$$

$$\stackrel{f \text{ continue}}{=} \lim_{n \rightarrow +\infty} f(S_n) \quad \left(\begin{array}{l} f \text{ continue} \\ \text{voir} \\ \epsilon\text{-distors} \end{array} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} (1-a) S_n$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} (1-a) \cdot \sum_{k=0}^n a^k$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sum_{k=0}^n (1-a) a^k \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sum_{k=0}^n (a^k - a^{k+1}) \right) \stackrel{\text{telescope}}{=} \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - a^{n+1})$$

$$= 1 \quad \text{CQFD}$$

Q) $\forall x \in \mathbb{R}^*$ $\left(\sum_{n \geq 10} \frac{x^n}{n!} \text{ ACV} \right)$

i) \forall

Rep $\sum_{n \geq 10} x^n$

Rep $\sum_n \frac{x^n}{n!} \text{ ACV}$

(D'Alembert!)

$U_n = \left| \frac{x^n}{n!} \right| = \frac{|x|^n}{n!} > 0$

$\lim_n \frac{U_{n+1}}{U_n} = \dots = 0 < 1$ **Rapide**

$\frac{1}{CV} = 1$ (Rien conclure)

$\Rightarrow \sum U_n$ CV

$\Rightarrow \sum \left| \frac{x^n}{n!} \right|$ CV

$\Rightarrow \sum \frac{x^n}{n!} \text{ ACV}$

\Rightarrow Div

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$
 ACV

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$
circles