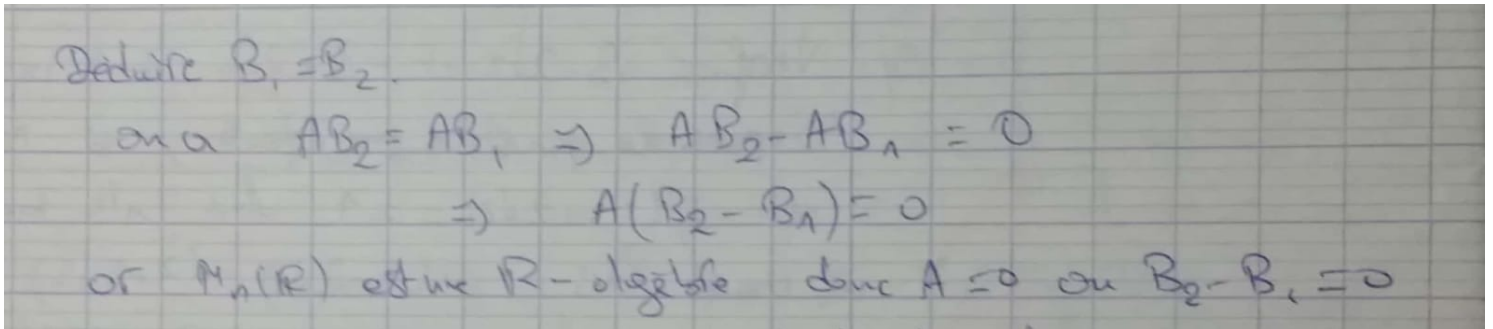
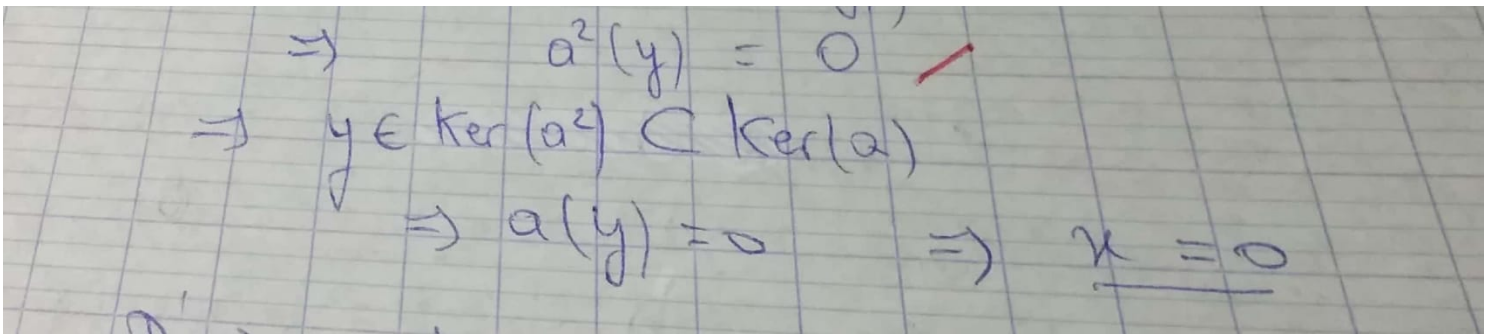


# ERREURS---Algèbre Linéaire du SUP

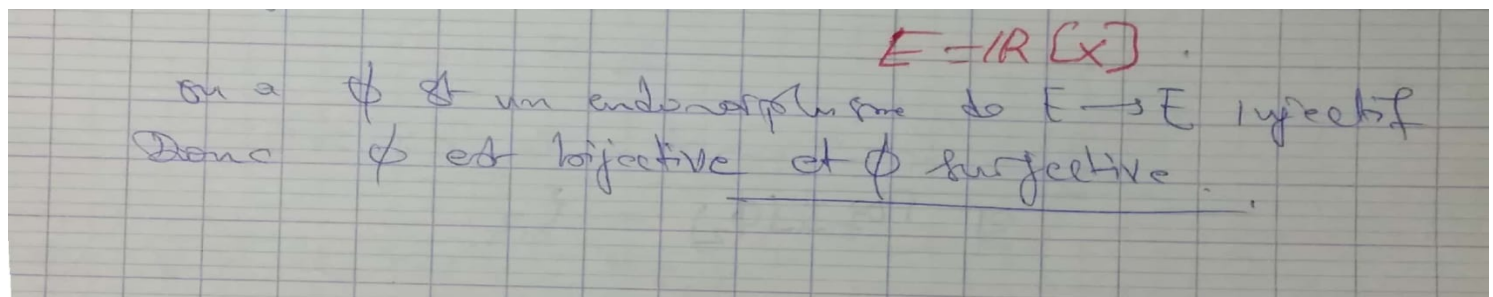
## Erreur N° 1



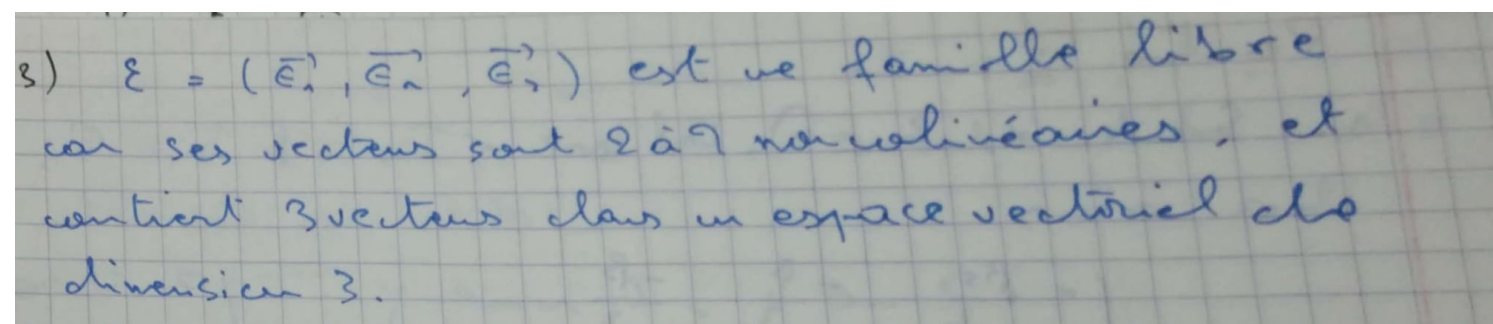
## Erreur N° 2



## Erreur N° 3



## Erreur N° 4



## Erreur N° 5

Ques 2

$$a_0(x) = 0 \Rightarrow a_0(x) = a(0).$$
$$\Rightarrow a_0(x) = a_0(0).$$
$$\Rightarrow x = 0$$

D'où :

$\forall x$   $a_0$  est un automorphisme de  $\text{Im}(a)$ .

## Erreur N° 6

\*)  $M_{q^2}$  la suite  $(a_n + b_n)$  n'est pas constante puisque  $(b_n + 1)$ .

(\*)  $M_{q^2}$  par hypothèse que la suite  $(a_n + b_n)$  est constante.

## Erreur N° 7

On a d'après la question précédente  $AB_1 = AB_2$

donc, on peut conclure que  $B_1 = B_2$

$$(AB_1 - AB_2 = 0 \Rightarrow A(B_1 - B_2) = 0 \Rightarrow B_1 = B_2)$$

## Erreur N° 8

Soit  $x \in \ker(a) \cap \text{Im}(a)$

donc  $x \in \ker(a)$  et  $x \in \text{Im}(a)$  ( $\text{Im}(a) = \{ \forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} (a(x) = y) \}$ )

donc  $a(x) = 0$  et  $a(x) = y$   $y \in \mathbb{R}$

## Erreur N° 9

Soit  $\Phi: E \rightarrow E$

$\forall P \in \mathcal{P}_2, \Phi(P(x)) = (2x-1)P(x) - (x^2 + \frac{1}{2})P'(x)$ .

① Montrer que  $\Phi$  est linéaire.

Calculons :

$$\Phi(P(\alpha x + \gamma)) = (2(\alpha x + \gamma) - 1)P(\alpha x + \gamma) - ((\alpha x + \gamma)^2 + \frac{1}{2})P'(\alpha x + \gamma)$$

Après calcul :

~~$$= (2\alpha x - 1 + 2\gamma)P(\alpha x + \gamma) - (\alpha^2 x^2 + 2\alpha\gamma x + \gamma^2 + \frac{1}{2})P'(\alpha x + \gamma)$$~~

$$= \alpha(2x-1)P(x) + (2\gamma-1)P(\gamma) - \alpha^2(x^2 + \frac{1}{2})P'(x) - (\gamma^2 + \frac{1}{2})P'(\gamma)$$

$$= \alpha \Phi(P(x)) + \Phi(P(\gamma))$$

D'où  $\Phi$  est linéaire.

## Erreur N° 10

1) Soit  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{K}$ .

ona.  $\alpha S_3 - \beta S' = 0$ .  $\Rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\beta \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\beta \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \frac{1}{3}\beta = 0 \\ \alpha + \beta = 0 \\ \alpha + \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\beta$

Donc  $(S_3, S')$  n'est pas libre car pour tout  $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$ .

## Erreur N° 11

Calculons  $b \circ a \circ b(x)$

$$b \circ a \circ b(x) = a^{-1} \circ f(x) \circ a \circ a^{-1} \circ f(x)$$

## Erreur N° 12

4) Ma  $\phi$  est surjective  
Ceci veut dire qu'on doit montrer que :

$$(\exists Q \in E) (\forall P \in E) : \phi(P) = Q$$

## Erreur N° 13

si  $\lambda \phi$  est un automorphisme de l'anneau  $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], +, \cdot)$   
 $\lambda \phi$  est un morphisme d'anneau  
On a  $\phi(1) = 1$  ✓

Soit  $x, y \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$  tp  $x = m + n\sqrt{2}$  et  $y = m' + n'\sqrt{2}$   
où  $m, n, m', n' \in \mathbb{Z}$

$$\phi(\lambda x, y) = \phi(\lambda(m + n\sqrt{2}), (m' + n'\sqrt{2}))$$

## Erreur N° 14

$\alpha\beta\gamma=0$   
donc  $\gamma=0$  et  $\alpha$  et  $\beta$  non nul  
ou  $\alpha=0$  et  $\gamma$  et  $\beta$  non nul  
ou  $\beta=0$  et  $\alpha$  et  $\gamma$  non nul

## Erreur N° 15

La famille  $(I_3, S)$  est libre, en effet  
 $\lambda_1 I_3 + \lambda_2 S = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0$   
puisque  $I_3$  et  $S$  ne sont pas nulles

## Erreur N° 16

on a  $P$  est matrice de passage de  $E$  à  
 $F$ . on a trouvé que  $P$  est inversible  
et donc on conclut que  $E$  est une base  
de  $F$  avec  $\dim(E) = \text{card}(E)$ .

## Erreur N° 17

b/ A semble à D  $\Leftrightarrow \exists P \in GL(\mathbb{R})$  tq  $A = P D P^{-1}$   
avec D matrice diagonale  
mq D possède exactement deux coefficients  
non nuls  
par absurde supposons que les 3 coeff sont nul

## Erreur N° 18

$\exists a_0 \in \mathcal{L}(I_m(a))$ ,  $\text{cod} : a_0 : I_m(a) \rightarrow I_m(a)$   
soit  $n \in I_m(a)$ ,  $n \in H_{a/m}$ .  
Or  $a : n \in \text{Ker } a_0 \Rightarrow a(n) = 0$ .  
 $\Rightarrow a/m = 0$ .  
 $\Rightarrow n \in \text{Ker}(a/m)$ .  
 $\Rightarrow n = 0$ .  
Donc :  $\text{Ker}(a_0) = \{0\}$ .  
Alors :  $a_0$  est injective.  
et  $a_0$  est surjective par construction.  
Donc :  $a_0$  est bijective.

## Erreur N° 19

$a \neq 0 \Rightarrow a + b\sqrt{2} \neq 0$   
 $\Rightarrow a^2 \neq 2b^2$

## Erreur N° 20

donc  $\alpha$   ~~$\alpha_0$  bijectif~~ et l'ensemble d'arrivée  
est le même que celui de départ donc  
 ~~$\alpha_0$  bijectif~~  
d'où  $\alpha_0$  automorphisme de  $\text{Im}(\alpha)$ .

## Erreur N° 21

3)  $P$  est la matrice de passage de  $\mathcal{E}$  vers  $\mathcal{E}'$   
On a  $P$  inversible donc  $\mathcal{E}$  est une base de  $E$ .

## Erreur N° 22

on a aussi l'ensemble de départ est aussi l'ensemble d'arrivée.  
donc pour montrer que  $P$  est bijective, il suffit de montrer qu'elle  
est injective.

## Erreur N° 23

$\Rightarrow a(a(x')) = 0$  ✓  
 $\Rightarrow a^2(x') = 0$  ✓  
 $\Rightarrow x' = 0$ . car  $a^2$  linéaire

## Erreur N° 24

$S_9$  ( $I_3, S$ ) liée:  
 $\exists \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}^* + \alpha_1 I_3 + \alpha_2 S = 0$

































