

EXERCICE

Extrait du CCP 2016 - Maths 2 - Option MP

Pour tout entier naturel non nul n , on note $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ l'algèbre des matrices carrées d'ordre n à coefficients dans le corps \mathbb{K} .

Dans cet exercice, A est une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ telle que $A^3 + A^2 + A = 0$.

1. Démontrer que les valeurs propres complexes de A prennent au maximum trois valeurs distinctes que l'on précisera.
2. Justifier que A est diagonalisable dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$.
3. Démontrer que si A est inversible alors $\det(A) = 1$.